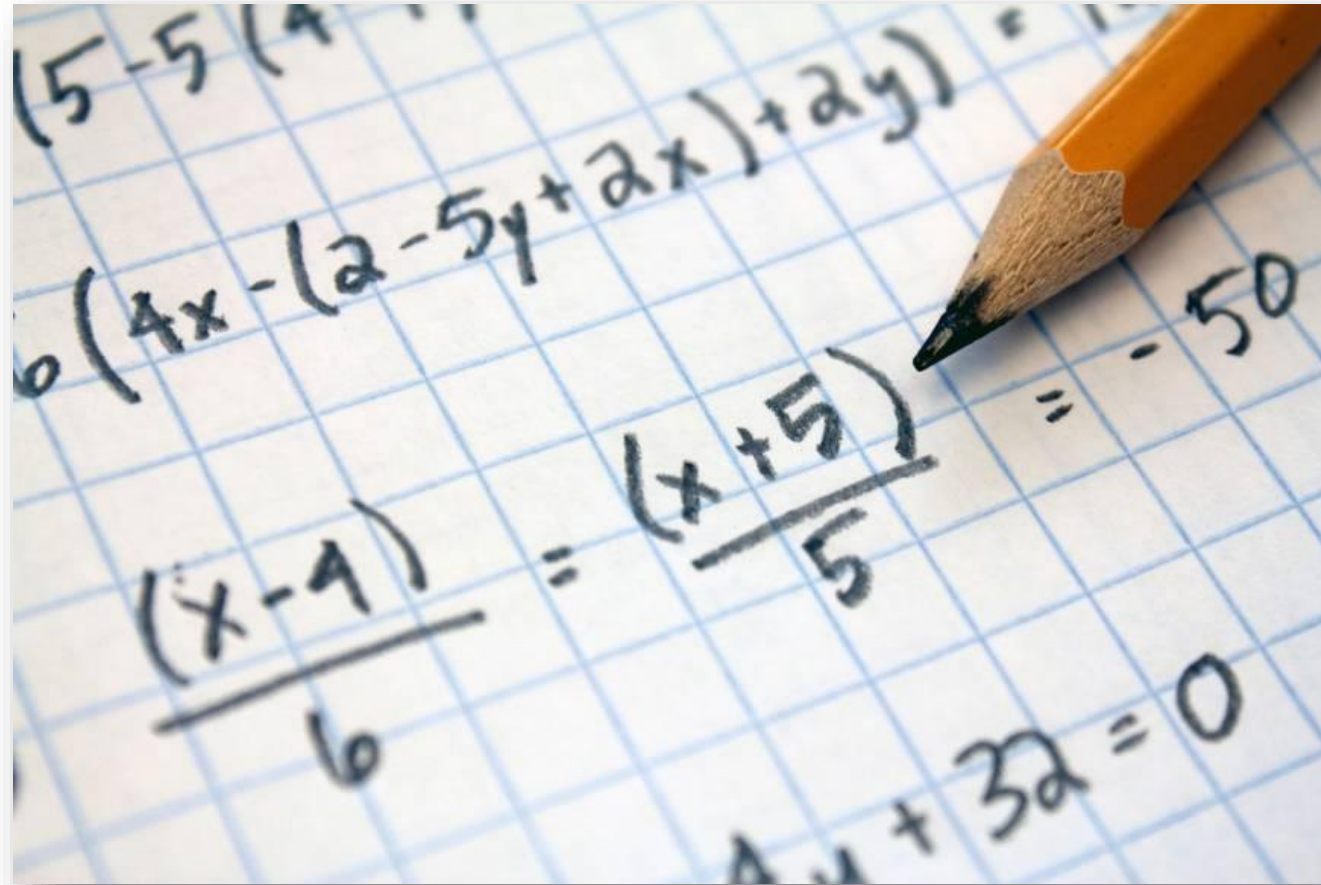


La matematica nell' Esame di Stato della secondaria di I grado: quali prospettive?



La prova scritta

Circ. 32 del 14/03/2008

**Prova scritta di
matematica ed
elementi di scienze
e tecnologia**

D.M. 741 del 3/10/2017 –
art. 8

**Prova scritta
relativa alle
competenze logico
matematiche**

Cosa deve accertare?

Circ. 32 del 14/03/2008

La prova deve tendere a verificare le **capacità e le abilità essenziali**. Nel rispetto dell'autonomia delle scuole, i quesiti potranno toccare **aspetti numerici, geometrici e tecnologici, senza peraltro trascurare nozioni elementari nel campo della statistica e della probabilità**. Uno dei quesiti potrà riguardare gli aspetti matematici di una situazione avente attinenza con attività svolte dagli allievi nel corso del triennio nel campo delle scienze sperimentali e della tecnologia.

D.M. 741 del 3/10/2017 – art. 8

1. La prova scritta relativa alle competenze logico matematiche accerta la **capacità di rielaborazione e di organizzazione delle conoscenze, delle abilità e delle competenze acquisite** dalle alunne e dagli alunni nelle seguenti aree: **numeri; spazio e figure; relazioni e funzioni; dati e previsioni**.
3. Nella predisposizione delle tracce la commissione può fare riferimento anche ai metodi di **analisi, organizzazione e rappresentazione dei dati, caratteristici del pensiero computazionale**.

Che tipologie sono previste?

Circ. 32 del 14/03/2008

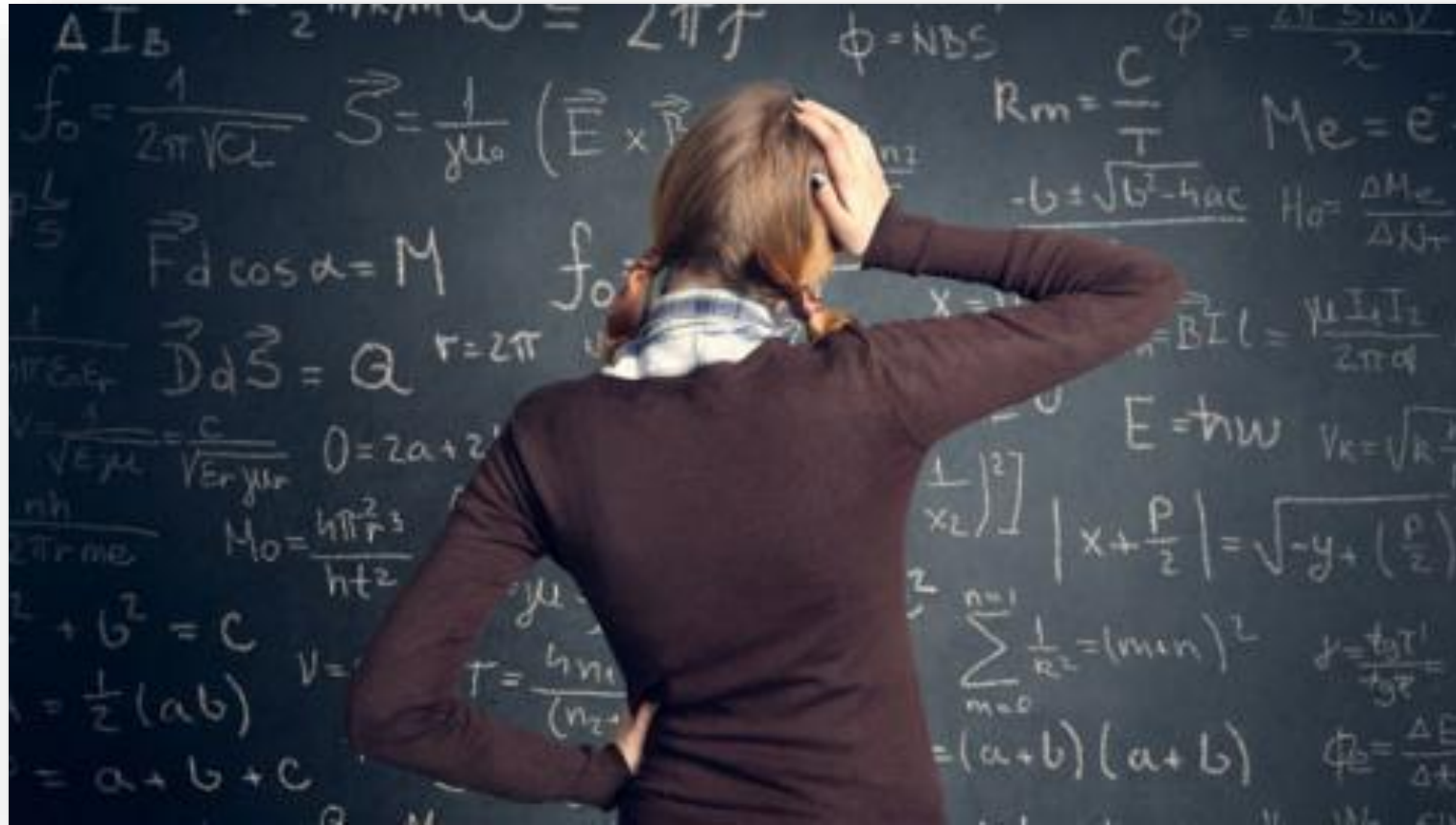
Può essere articolata su **più quesiti** che non comportino soluzioni dipendenti l'uno dall'altro per evitare che la loro progressione blocchi l'esecuzione della prova stessa.

D.M. 741 del 3/10/2017 – art. 8

2. La commissione predispone almeno **tre tracce**, ciascuna riferita alle due seguenti tipologie:
a) problemi articolati su una o più richieste;
b) quesiti a risposta aperta.

4. **Qualora vengano proposti più problemi o quesiti**, le relative soluzioni non devono essere dipendenti l'una dall'altra, per evitare che la loro progressione pregiudichi l'esecuzione della prova stessa.

Con queste premesse... quali sono le prospettive?



Problemi: non abbiamo bisogno di cercare troppo

«Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di **problemi**, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive.».

Indicazioni Nazionali 2012 pag. 49



Ancora sui problemi

«Nella scuola secondaria di primo grado si svilupperà un'attività più propriamente di matematizzazione, formalizzazione, generalizzazione. L'alunno analizza le situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con modelli noti, sceglie le azioni da compiere (operazioni, costruzioni geometriche, grafici, formalizzazioni, scrittura e risoluzione di equazioni, ...) e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema.».



Ancora sui problemi

«Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti.». Indicazioni Nazionali 2012 pag. 49



Problemi e quesiti

Il Devoto Oli dice che "problema" è un «quesito che attende una soluzione».

Pag. 1/5



Sessione ordinaria 2018
Seconda prova scritta



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
1043 – ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzi: LI02, EA02 – SCIENTIFICO

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

LI15 - SCIENTIFICO - SEZIONE AD INDIRIZZO SPORTIVO

(Testo valevole anche per la corrispondenti sperimentazioni quadriennali)

Tema di: MATEMATICA

*Il candidato risolva uno dei due **problemi** e risponda a 5 **quesiti** del questionario.*

PROBLEMA 1

Devi programmare il funzionamento di una macchina che viene adoperata nella produzione industriale di mattonelle per pavimenti. Le mattonelle sono di forma quadrata di lato 1 (in un'opportuna unità di misura) e le fasi di lavoro sono le seguenti:

MIUR

Spazio e figure

- Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria).
- Rappresentare punti, segmenti e figure sul piano cartesiano.
- Conoscere definizioni e proprietà (angoli, assi di simmetria, diagonali, ...) delle principali figure piane (triangoli, quadrilateri, poligoni regolari, cerchio).
- Descrivere figure complesse e costruzioni geometriche al fine di comunicarle ad altri.
- Riprodurre figure e disegni geometrici in base a una descrizione e codificazione fatta da altri.
- Riconoscere figure piane simili in vari contesti e riprodurre in scala una figura assegnata.
- Conoscere il Teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete.
- Determinare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari, ad esempio triangoli, o utilizzando le più comuni formule.
- Stimare per difetto e per eccesso l'area di una figura delimitata anche da linee curve.
- Conoscere il numero π , e alcuni modi per approssimarlo.
- Calcolare l'area del cerchio e la lunghezza della circonferenza, conoscendo il raggio, e viceversa.
- Conoscere e utilizzare le principali trasformazioni geometriche e i loro invarianti.
- Rappresentare oggetti e figure tridimensionali in vario modo tramite disegni sul piano.
- Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali.
- Calcolare l'area e il volume delle figure solide più comuni e darne stime di oggetti della vita quotidiana.
- Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure.

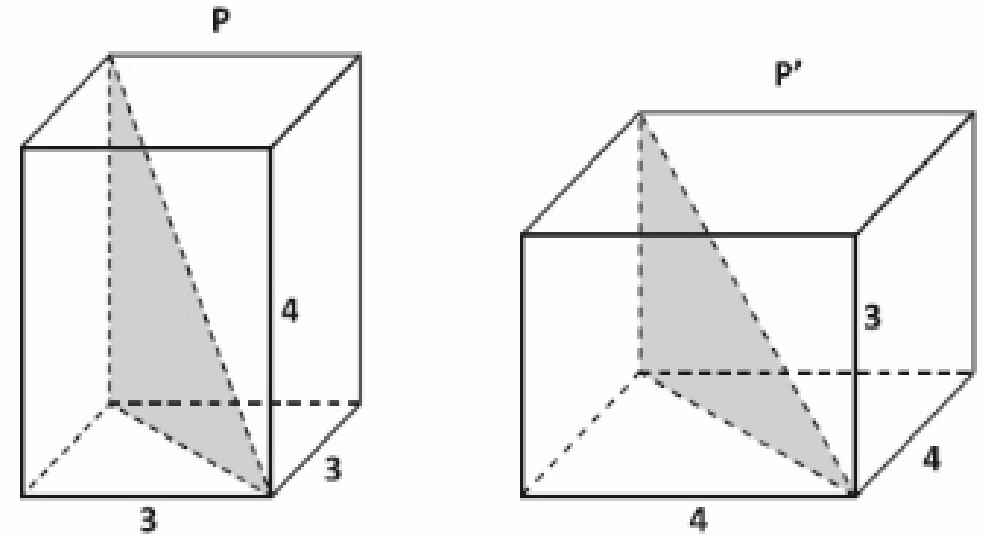
Da una delle prove d'esame 2017-2018

I due parallelepipedi P e P' della figura sono a base quadrata (considera le misure in cm).

- a) Hanno lo stesso volume?
- b) Hanno la stessa superficie totale?
- c) Confronta il perimetro e l'area dei due triangoli evidenziati in grigio.

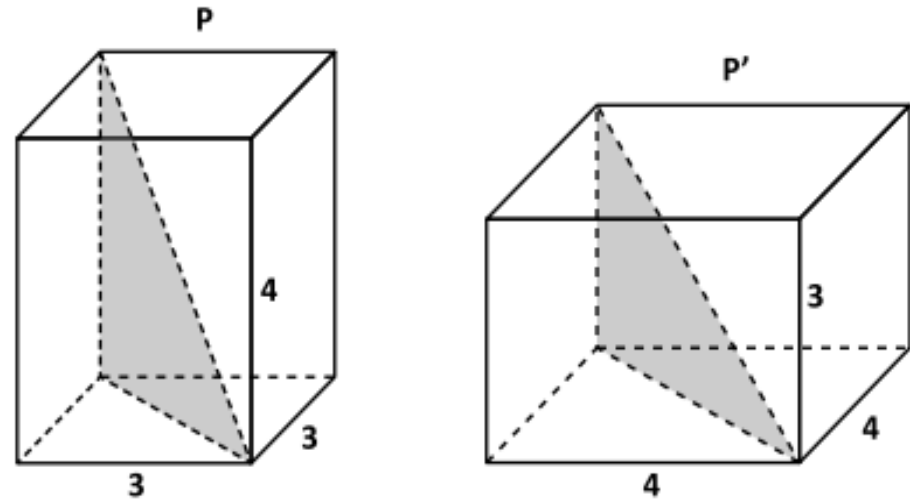
Considera ora l'insieme dei parallelepipedi con la diagonale di 10 cm e con la base quadrata. Tra questi, quanto misura l'altezza di quello in cui il triangolo grigio è isoscele?

Esempio fornito dai proff. Daniele Brioschi e Luigi Manara



Da dove hanno preso spunto?

D2. P e P' sono due parallelepipedi rettangoli a base quadrata. Le misure degli spigoli sono riportate in figura.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	Il volume di P è maggiore del volume di P'	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	P e P' hanno la stessa superficie totale	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	La diagonale di P è maggiore della diagonale di P'	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	I due triangoli evidenziati in grigio sono equivalenti	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Prova classe 2^a secondaria di 2^o grado 2015-2016

Relazioni e funzioni

- Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.
- Esprimere la relazione di proporzionalità con un'uguaglianza di frazioni e viceversa.
- Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni empiriche o ricavate da tabelle, e per conoscere in particolare le funzioni del tipo $y = ax$, $y = a/x$, $y = ax^2$, $y = 2^n$ e i loro grafici e collegare le prime due al concetto di proporzionalità.
- Esplorare e risolvere problemi utilizzando equazioni di primo grado.

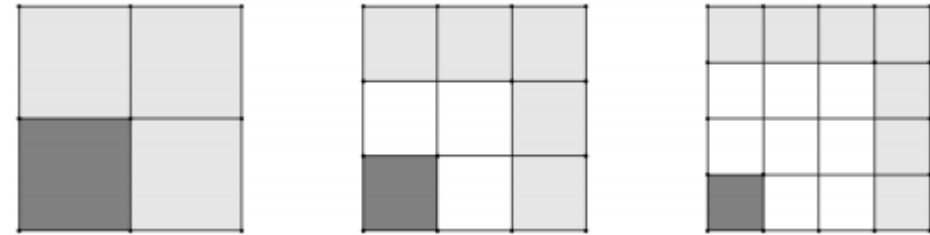
Da «Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione»

«Nelle Indicazioni Nazionali non ci sono le definizioni di monomio e polinomio e non ci sono le espressioni e il calcolo letterale!»



Da una delle prove d'esame 2017-2018

Nella figura qui sotto vedi i primi stadi di una costruzione che continua, sempre uguale: si parte da un quadrato, si dividono i lati in un certo numero (lo chiamiamo n) di parti uguali, si divide poi l'intero quadrato in quadratini e si colora di grigio scuro il quadratino in basso a sinistra e di grigio chiaro la mezza cornice sull'alto e sulla destra. In figura vedi i tre casi corrispondenti a $n=2$, $n=3$, $n=4$.



Per esempio, nel caso $n=3$, vediamo che c'è un quadratino grigio scuro, ci sono 5 quadratini grigio chiaro e 3 bianchi; possiamo controllare facendo la somma ($1+5+3=9$) che il conto torna perché sappiamo che in tutto i quadratini sono $3 \times 3 = 9$.

1. Quanti sono i quadratini bianchi nei seguenti casi?
 - a) $n=4$, cioè quando si parte dividendo il lato in 4 parti uguali.
 - b) $n=5$, cioè quando si parte dividendo il lato in 5 parti uguali.
 - c) $n=101$, cioè partendo da una divisione del lato in 101 parti uguali.

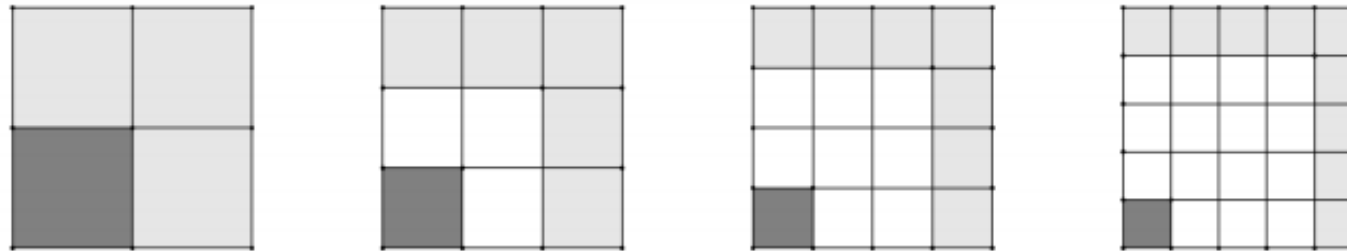
2. Scrivi la formula che ti permette di calcolare il numero dei quadratini bianchi nel caso generale in cui il lato del quadrato sia diviso in n parti uguali.

Esempio fornito dai proff. Daniele Brioschi e Luigi Manara

Da dove hanno preso spunto?

3 Quadratini

Nella figura qui sotto vedete i primi stadi di una costruzione che continua, sempre uguale: si parte da un quadrato, si dividono i lati in un certo numero (lo chiamiamo n) di parti uguali, si divide poi l'intero quadrato in quadratini e si colora di grigio scuro il quadratino in basso a sinistra e di grigio chiaro la mezza cornice sull'alto e sulla destra. In figura vedete i quattro casi corrispondenti a $n=2$, $n=3$, $n=4$, $n=5$.



Per esempio, nel caso $n=4$, vediamo che ci sono 7 quadratini grigi e 8 bianchi e possiamo controllare facendo la somma $1+7+8=16$: il conto torna perché sappiamo che in tutto i quadratini sono $4 \times 4 = 16$.

Quanti sono i quadratini bianchi? e quelli grigio chiaro?

Ve lo chiediamo in due casi particolari (quando $n=5$, cioè quando si parte dividendo il lato in 5 parti uguali e quando $n=101$, cioè partendo da una divisione del lato in 101 parti uguali) e poi nel caso generale, cioè esprimendo questi numeri con una espressione che dipenderà dal numero n .

Da una delle prove d'esame 2017-2018

- Considera $y = 2x + 2$, x è un numero intero.
- Rispondi alle seguenti domande.
 - a) Qual è il valore di y se $x = 10$?
 - b) Qual è il valore di y se $x = -3$?
 - c) Stabilisci, giustificando la risposta, se y è sempre pari, sempre dispari o a volte pari e a volte dispari.
 - d) y può essere un multiplo di 3? Giustifica la tua risposta.
 - e) Per quali valori di x , y è un multiplo di 4? Giustifica la tua risposta.
 - f) Considera ora la relazione $k = (2w + 2)^2$ e completa la seguente tabella.

w	1	2	3	4	5
k					

- g) Qual è l'ultima cifra di k se $w = 1'000'000$? Giustifica la tua risposta.

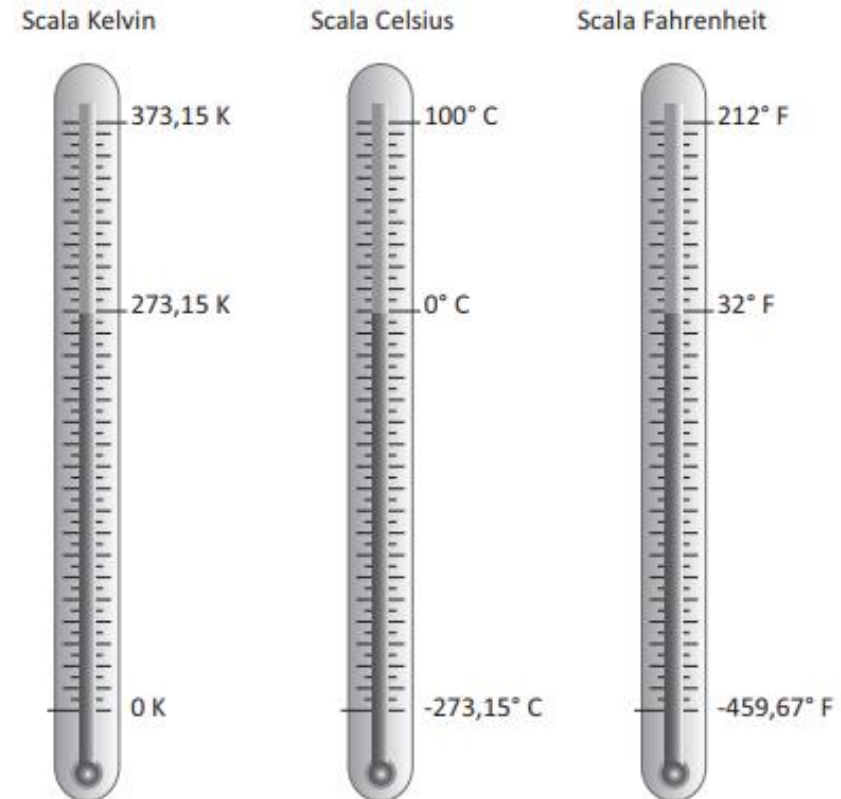
Un esempio di quesito: è utilizzabile?

Due aspetti:

- il riferimento ad altre discipline
- da dove posso partire

M1308D17A0 - M1308D17B0 - M1308D17C0

- D17. Per la misura delle temperature, vengono utilizzate tre scale termometriche diverse: la scala Celsius ($^{\circ}\text{C}$), la scala Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) e la scala Kelvin (K).
Nell'immagine sono rappresentati tre termometri tarati con le diverse scale.



Esempio tratto da prova Nazionale 2013

Un esempio di quesito: è utilizzabile?

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	La temperatura di ebollizione dell'acqua è 100°F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	293 Kelvin corrispondono a 23°C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	50°C corrispondono a 122°F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Esempio tratto da prova Nazionale 2013

Numeri

- Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, ordinamenti e confronti tra i numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali), quando possibile a mente oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo e valutando quale strumento può essere più opportuno.
- Dare stime approssimate per il risultato di una operazione e controllare la plausibilità di un calcolo.
- Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta.
- Utilizzare scale graduate in contesti significativi per le scienze e per la tecnica.
- Utilizzare il concetto di rapporto fra numeri o misure ed esprimerlo sia nella forma decimale, sia mediante frazione.
- Utilizzare frazioni equivalenti e numeri decimali per denotare uno stesso numero razionale in diversi modi, essendo consapevoli di vantaggi e svantaggi delle diverse rappresentazioni.
- Comprendere il significato di percentuale e saperla calcolare utilizzando strategie diverse.
- Interpretare una variazione percentuale di una quantità data come una moltiplicazione per un numero decimale.
- Individuare multipli e divisori di un numero naturale e multipli e divisori comuni a più numeri.
- Comprendere il significato e l'utilità del multiplo comune più piccolo e del divisore comune più grande, in matematica e in situazioni concrete.
- In casi semplici scomporre numeri naturali in fattori primi e conoscere l'utilità di tale scomposizione per diversi fini.
- Utilizzare la notazione usuale per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato, e le proprietà delle potenze per semplificare calcoli e notazioni.
- Conoscere la radice quadrata come operatore inverso dell'elevamento al quadrato.
- Dare stime della radice quadrata utilizzando solo la moltiplicazione.
- Sapere che non si può trovare una frazione o un numero decimale che elevato al quadrato dà 2, o altri numeri interi.
- Utilizzare la proprietà associativa e distributiva per raggruppare e semplificare, anche mentalmente, le operazioni.
- Descrivere con un'espressione numerica la sequenza di operazioni che fornisce la soluzione di un problema.
- Eseguire semplici espressioni di calcolo con i numeri conosciuti, essendo consapevoli del significato delle parentesi e delle convenzioni sulla precedenza delle operazioni.
- Esprimere misure utilizzando anche le potenze del 10 e le cifre significative.

Da «Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione»

Non solo problemi, anche quesiti

Moltiplicando 4 numeri interi consecutivi si ottiene 3024. Quali sono questi 4 numeri?

- fra i 4 numeri non ci sono multipli di 5 (perché...)
- non possono essere tutti più grandi di 10 (perché...)
- non possono essere tutti più piccoli di 5 (perché...)

Quindi: $6 \times 7 \times 8 \times 9 = 3024$.

Non solo problemi, anche quesiti

Qual è un numero intero, di due cifre, che moltiplicato per 4,5 dà il numero ottenuto scambiando le due cifre?

- deve essere pari (perché...)
- il prodotto per 4,5 deve essere un multiplo di 9 (perché...)
- anche il numero di partenza deve essere un multiplo di 9 (perché...)
- il numero di partenza deve essere minore di 25 (perché...)

Quindi: $18 \times 4,5 = 81$.

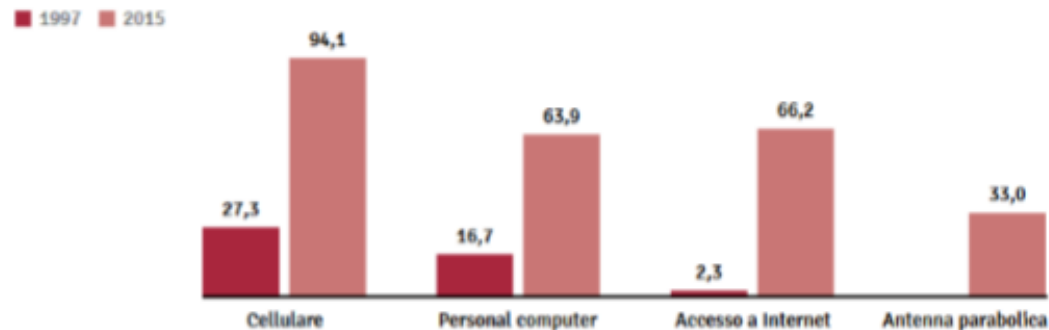
Strutturare in modo progressivo

area DATI E PREVISIONI – 1 (quesito)

Considera il seguente grafico, tratto dal volume "Italia in cifre 2016" edito dall'Istat.

FAMIGLIE PER ALCUNI BENI TECNOLOGICI POSSEDUTI

Anni 1997 e 2015, per 100 famiglie



Tra quelli considerati in questa indagine, qual era il bene tecnologico più diffuso nel 1997?

E quello più diffuso nel 2015?

I beni precedenti, corrispondono alla moda o alla mediana dei dati rilevati nelle due indagini?

Possiamo dire che la diffusione dei personal computer e quella dell'accesso a internet sono rimaste pressoché invariate dal 1997 al 2015?

In base ai risultati di questa indagine, qual era, nel 1997, al minimo, la percentuale di famiglie che possedeva almeno uno di questi beni tecnologici?

E al massimo?

Riferendoci ora invece al 2015: qual è, al minimo, la percentuale di famiglie che possiede almeno uno di questi beni tecnologici?

E al massimo?

Esempio fornito da Sofia Sabatti

Torniamo alla questione Pensiero computazionale

Lingua e matematica, apparentate, sono alla base del pensiero computazionale, altro aspetto di apprendimento che le recenti normative, la legge 107/2015 e il decreto legislativo n. 62/2017 chiedono di sviluppare. [...]

Per pensiero computazionale si intende un processo mentale che consente di risolvere problemi di varia natura seguendo metodi e strumenti specifici pianificando una strategia.

È un processo logico creativo che, più o meno consapevolmente, viene messo in atto nella vita quotidiana per affrontare e risolvere problemi.

da «Indicazioni nazionali e nuovi scenari»



Torniamo alla questione «Pensiero computazionale»

L'educazione ad agire consapevolmente tale strategia consente di apprendere ad affrontare le situazioni in modo analitico, scomponendole nei vari aspetti che le caratterizzano e pianificando per ognuno le soluzioni più idonee. Tali strategie sono indispensabili nella programmazione dei computer, dei robot, ecc. che hanno bisogno di istruzioni precise e strutturate per svolgere i compiti richiesti. Tuttavia, nella didattica, si possono proficuamente mettere a punto attività legate al pensiero computazionale anche senza le macchine.

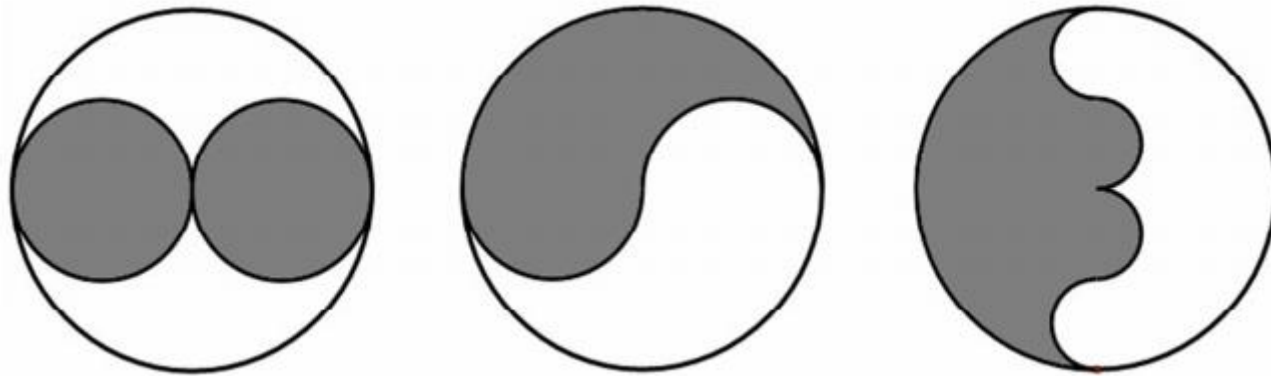


da «Indicazioni nazionali e nuovi scenari»

Torniamo alla questione «Pensiero computazionale»

Ogni situazione che presupponga una procedura da costruire, un problema da risolvere attraverso una sequenza di operazioni, una rete di connessioni da stabilire (es. un ipertesto), si collocano in tale ambito, a patto che le procedure e gli algoritmi siano accompagnati da riflessione, ricostruzione metacognitiva, esplicitazione e giustificazione delle scelte operate.

da «Indicazioni nazionali e nuovi scenari»



Grazie!

...e non dimenticatevi per commenti, suggerimenti, condivisioni....

Anna Asti - anna.asti.mat@gmail.com